

## **Kapitel 3:**

# **Kapitalmarkt und Theorie der Investitionsrechnung**

Prof. Dr. Hans-Peter Burghof Investition & Finanzierung WS 2008/09

1

## **Gliederung**

---

### **Kapitel 3: Kapitalmarkt und Theorie der Investitionsrechnung**

- 3.1 Investition bei fehlendem Kapitalmarkt
- 3.2 Bedeutung des Kapitalmarkts: Fisher-Separation und Kapitalwertkriterium

Literatur: Franke/Hax (2004), Kap. IV.1 – IV.2

## Investition bei fehlendem Kapitalmarkt

### Modellstruktur und Annahmen:

- Einperiodige Betrachtung unter Sicherheit (Zwei-Zeitpunkte-Modell)
- Unternehmer mit Anfangsausstattung an Vermögen (wealth) in  $t = 0$ :  $W_0$
- Unternehmer kann dieses Ausgangsvermögen entweder in  $t=0$  vollständig konsumieren oder einen Teilbetrag  $I$  davon investieren, wodurch er Konsum in  $t=1$  erhält
- Konsum in  $t = 0$ :  $C_0$   
Konsum in  $t = 1$ :  $C_1$
- Die Höhe von  $C_1$  hängt vom investierten Betrag  $I$  ab:  
Transformationsfunktion:  $T(I) = C_1$   
Restriktion:  $0 \leq I \leq W_0$
- In Abhängigkeit von  $C_0$  und  $C_1$  erfährt der Unternehmer Nutzen aus dem Konsum:  
Nutzenfunktion:  $U(C_0; C_1)$
- Zielfunktion des Unternehmers: Möglichst hoher Konsumnutzen!

Prof. Dr. Hans-Peter Burghof | Investition & Finanzierung | WS 2008/09

3

## Investition bei fehlendem Kapitalmarkt

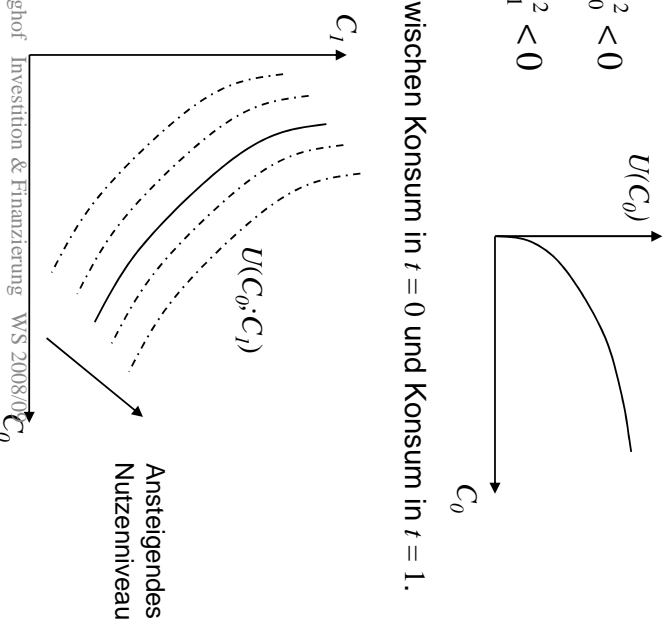
### Konsumnutzen

- Nutzenfunktion  $U(C_0; C_1)$
- Steigender, aber abnehmender Grenznutzen für  $C_0$  und  $C_1$ :

$$\partial U / \partial C_0 > 0 \quad \text{und} \quad \partial^2 U / \partial C_0^2 < 0$$

$$\partial U / \partial C_1 > 0 \quad \text{und} \quad \partial^2 U / \partial C_1^2 < 0$$

- Unternehmer muss abwägen zwischen Konsum in  $t = 0$  und Konsum in  $t = 1$ .  
Konvexe Indifferenzkurven:



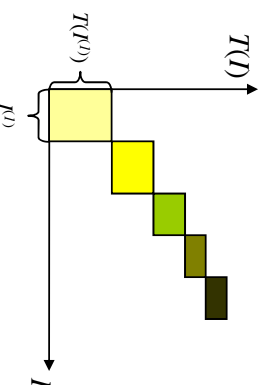
Prof. Dr. Hans-Peter Burghof | Investition & Finanzierung | WS 2008/09

4

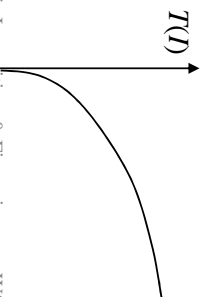
## Investition bei fehlendem Kapitalmarkt

### Realinvestitionskurve

- Investor hat  $n$  beliebig teilbare und unabhängig voneinander durchführbare Investitionsprojekte mit unterschiedlicher Rentabilität  $T(I)$  und maximalem Investitionsbetrag  $I^{(n)}$
- Er investiert zunächst in die Projekte mit der höchsten Rentabilität  
→ Abnehmende Grenzträge



- Für sehr viele kleine Projekte mit nur infinitesimal unterschiedlicher Rentabilität ergibt sich eine stetige und differenzierbare Realinvestitionskurve:



Prof. Dr. Hans-Peter Burghof | Investition & Finanzierung | WS 2008/09

5

## Investition bei fehlendem Kapitalmarkt

Optimierungskalkül des Unternehmers:

$$\max_{C_0, C_1} U(C_0, C_1)$$

bzw. eingesetzt:

$$\max_{C_0} U(C_0, \underbrace{T(W_0 - C_0)}_{C_1})$$

$$\text{u. d. N. } I = W_0 - C_0$$

$$C_1 = T(I)$$

Optimalitätsbedingung:

$$\frac{\partial U(C_0^*, C_1^*)}{\partial C_0} + \frac{\partial U(C_0^*, C_1^*)}{\partial C_1} \cdot \frac{\partial \underbrace{T(W_0 - C_0^*)}_{C_1^*}}{\partial C_0} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial U(C_0^*, C_1^*)}{\partial C_0} = - \frac{\partial \underbrace{T(W_0 - C_0^*)}_{C_1^*}}{\partial C_0} = + \frac{\partial T(I^*)}{\partial I^*} \Big|_{I^* = W_0 - C_0^*}$$

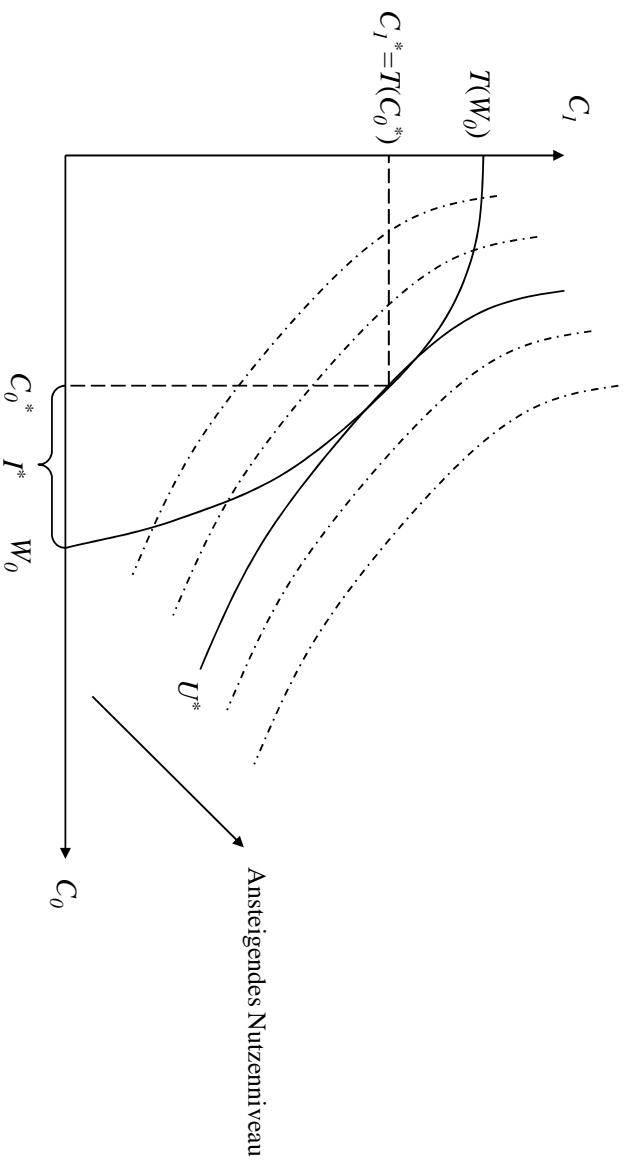
→ **Grenzrate der Substitution = Grenzrate der Transformation**

Prof. Dr. Hans-Peter Burghof | Investition & Finanzierung | WS 2008/09

6

## Investition bei fehlendem Kapitalmarkt

Grafische Darstellung:



Prof. Dr. Hans-Peter Burghof | Investition & Finanzierung | WS 2008/09

7

## Investition bei fehlendem Kapitalmarkt

Beispiel

$$U = C_0^* C_1$$

$$T = k\sqrt{I} = k\sqrt{W_0 - C_0} = C_1$$

$$k = \text{const.}$$

$$\max U = C_0 \cdot \underbrace{k\sqrt{W_0 - C_0}}_q$$

Optimalitätsbedingung (GRS = GRT)

$$\frac{\partial U}{\partial C_0}(C_0^*, C_1^*) = - \frac{\partial T(W_0 - C_0^*)}{\partial C_0} \frac{\partial U}{\partial C_1}(C_0^*, C_1^*)$$

$$\frac{C_1}{C_0} = \frac{k}{2 \cdot \sqrt{W_0 - C_0}}$$

$$\frac{k \cdot \sqrt{W_0 - C_0}}{C_0} = \frac{k}{2 \cdot \sqrt{W_0 - C_0}}$$

$$C_0^* = \frac{2}{3} \cdot W_0$$

Prof. Dr. Hans-Peter Burghof | Investition & Finanzierung | WS 2008/09

8

## Investition bei fehlendem Kapitalmarkt

---

### Beispiel

$$W_0 = 12$$

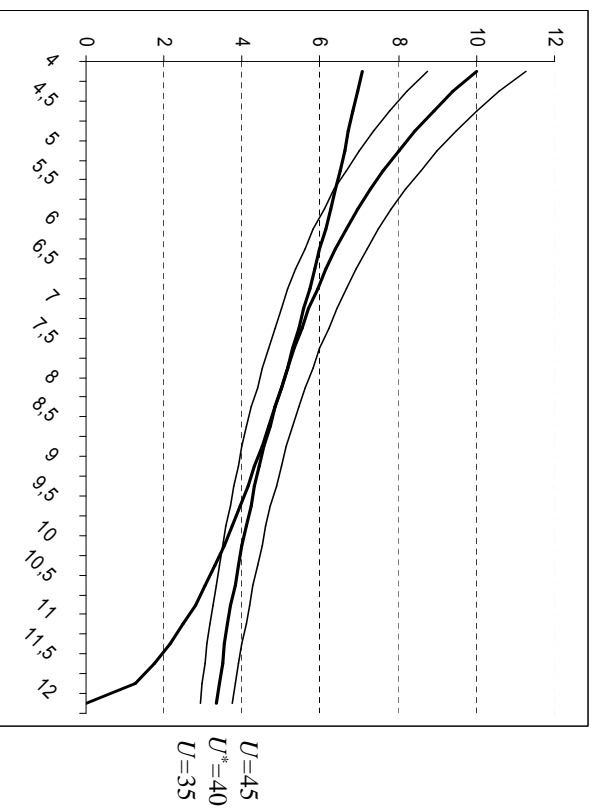
$$k = 2,5$$

$$C_0^* = \frac{2}{3}W_0 = 8$$

$$I^* = W_0 - C_0^* = 4$$

$$C_1^* = k\sqrt{I^*} = 5$$

$$U^* = C_0^* \cdot C_1^* = 40$$



Prof. Dr. Hans-Peter Burghof | Investition & Finanzierung | WS 2008/09

9

## Investition bei fehlendem Kapitalmarkt

---

### Interpretation des Optimums:

- Es wird so viel investiert, bis die Grenzrate der Transformation mit der Grenzrate der Substitution übereinstimmt
- In diesem Punkt gilt:
  - Der durch die Investition der letzten Geldeinheit entgangene Nutzen aus geringerem  $C_0$ -Konsum wird exakt durch den zusätzlich entstehenden Nutzen aus höherem  $C_1$ -Konsum ausgeglichen. Außerhalb des Optimums könnte der Unternehmer durch eine geringere oder höhere Investition ein höheres Nutzenniveau erreichen.

**Fazit: Konsum und Investition sind bei fehlendem Kapitalmarkt untrennbar miteinander verbunden!**

Prof. Dr. Hans-Peter Burghof | Investition & Finanzierung | WS 2008/09

10

## Investition bei fehlendem Kapitalmarkt

Probleme dieses Ansatzes:

- Die Investitionsregel „Grenzrate der Substitution“ = „Grenzrate der Transformation“ ist zwar anschaulich, aber nur bei differenzierbarer Transformationskurve und Zwei-Zeitpunkte-Betrachtung anwendbar
- Auch wenn die Investitionsprojekte unabhängig voneinander durchgeführt werden können, kann ein Projekt nicht unabhängig von den sonstigen verfügbaren Projekten beurteilt werden
- Optimales Investitionsverhalten ist abhängig von den Zeitpräferenzen und der Anfangsausstattung → Explizite Formulierung einer Nutzenfunktion nötig
- Bei mehreren gleichberechtigten Entscheidungsträgern besteht die Gefahr der Uneinigkeit über die Nutzenfunktion und damit das optimale Investitionsverhalten. Die Umsetzung des Shareholder Value-Gedankens ist damit praktisch unmöglich.

**Fazit: Gesucht wird eine Entscheidungsregel, die präferenz- und vermögens-unabhängig die isolierte Beurteilung einzelner Investitionsprojekte im Mehr-Perioden-Fall und bei nicht stetig differenzierbarer Transformationskurve erlaubt.**

Prof. Dr. Hans-Peter Burghof | Investition & Finanzierung | WS 2008/09

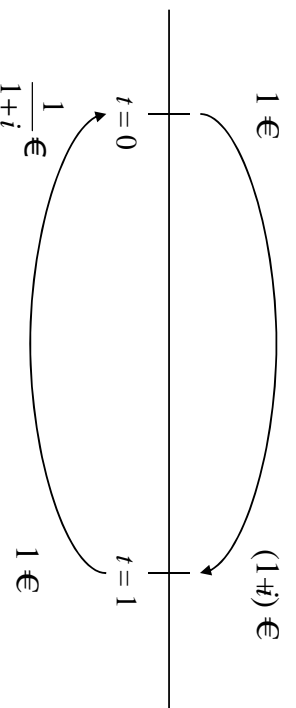
11

## Bedeutung des Kapitalmarkts: Fisher-Separation und Kapitalwertkriterium

**Erweiterung: Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes**

- **Keine Steuern und Transaktionskosten** (Kontogebühren, Provisionen,...)
- Jeder Kapitalgeber und jedes Unternehmen kann am Kapitalmarkt zum **einheitlichen Zinssatz  $i$**  Geld anlegen und Kredit aufnehmen
- Kapitalgeber und Unternehmen haben **homogene Erwartungen**, d. h. keine Täuschungen über die finanzielle Situation des Schuldners möglich

Preis einer Zahlung von 1 €, die erst in einer Periode zufließt:



Prof. Dr. Hans-Peter Burghof | Investition & Finanzierung | WS 2008/09

12

## Bedeutung des Kapitalmarkts: Fisher-Separation und Kapitalwertkriterium

### Formale Erweiterung

$K > 0 \rightarrow$  Kredit wird in  $t = 0$  am Kapitalmarkt zum Zinssatz  $i$  aufgenommen  
 $K < 0 \rightarrow$  Kredit wird in  $t = 1$  am Kapitalmarkt zum Zinssatz  $i$  angelegt

Kapitalanlage $K < 0$		Kapitalaufnahme $K > 0$	
Aktiva	Passiva	Aktiva	Passiva
$C_0$	$W_0$	$C_0$	$W_0$
$I$		$I$	$K$
$ K $			

### Neues Optimierungsproblem

$$\max U(C_0, C_1)$$

$$\text{u.d.N. } I = W_0 - C_0 + K$$

$$C_1 = T(I) - K \cdot (1+i)$$

$$\text{Eingesetzt: } \max U[C_0, (T(W_0 - C_0 + K) - K \cdot (1+i))]$$

## Bedeutung des Kapitalmarkts: Fisher-Separation und Kapitalwertkriterium

### Zwei Optimalitätsbedingungen

$$\frac{dU}{dC_0}(C_0^{**}, C_1^{**}, K^{**}) = \frac{\partial U}{\partial C_0} + \frac{\partial U}{\partial C_1} \cdot \frac{\partial T(W_0 - C_0^{**} + K^{**})}{\partial C_0} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial C_0}(C_0^{**}, C_1^{**}) = - \frac{\partial T(W_0 - C_0^{**} + K^{**})}{\partial C_0} = + \frac{\partial T(I^{**})}{\partial I} \Big|_{I^{**} = W_0 - C_0^{**} + K^{**}} \quad (1)$$

$$\frac{dU}{dK}(C_0^{**}, C_1^{**}, K^{**}) = \frac{\partial U}{\partial C_1} \cdot I \cdot \frac{\partial T(W_0 - C_0^{**} + K^{**})}{\partial K} - (1+i)j \stackrel{!}{=} 0$$

$$(1+i) = \frac{\partial T(I^{**})}{\partial I} \Big|_{I^{**} = W_0 - C_0^{**} + K^{**}} \quad (2)$$

## Bedeutung des Kapitalmarkts: Fisher-Separation und Kapitalwertkriterium

### Lösung von (1) und (2)

$$\frac{\partial U}{\partial C_0}(C_0^{**}, C_1^{**}) = \frac{\partial T(I^{**})}{\partial I} = 1 + i$$

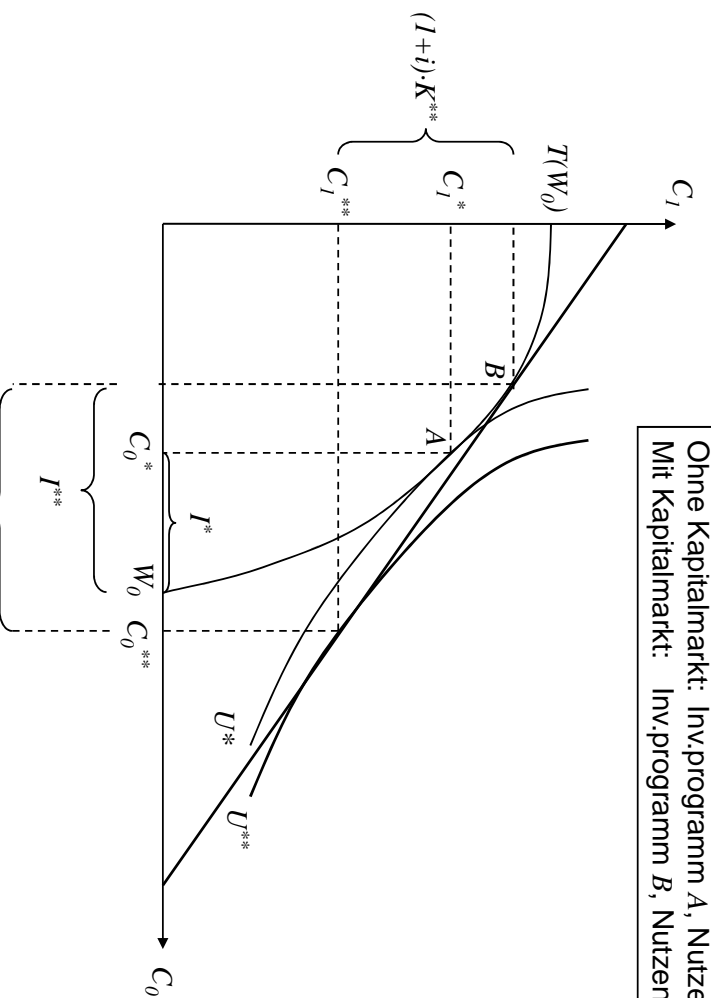
$$\frac{\partial U}{\partial C_1}(C_0^{**}, C_1^{**})$$

- Investition, bis die Grenzrate der Transformation = Austauschverhältnis zwischen Güteransprüchen am Kapitalmarkt
  - Realisation aller Projekte mit positivem Kapitalwert
  - Nutzenmaximierung über  $C_0$  und  $K$
  - I.d.R. fallen der optimale Investitionsbetrag und der nicht konsumierte Betrag des Ausgangsvermögens auseinander.
- $$I^{**} = W_0 - C_0^{**} + K^{**} \neq W_0 - C_0^{**} \text{ für } K^{**} \neq 0$$

Prof. Dr. Hans-Peter Burghof Investition & Finanzierung WS 2008/09

15

## Bedeutung des Kapitalmarkts: Fisher-Separation und Kapitalwertkriterium



Prof. Dr. Hans-Peter Burghof Investition & Finanzierung WS 2008/09

16



## Bedeutung des Kapitalmarkts: Fisher-Separation und Kapitalwertkriterium

---

### Kapitalmarktgerade

- Kapitalmarkt ermöglicht den Austausch beliebiger Zahlungen zwischen  $t = 0$  und  $t = 1$
- Steigung der Kapitalmarktgerade:  $-(1+i)$
- Lage der Kapitalmarktgerade wird bestimmt durch die Transformationskurve. Unabhängig von den Konsumpräferenzen und der Anfangsausstattung ist nur die Kapitalmarktgerade von Interesse, die die Transformationskurve tangiert!

## Bedeutung des Kapitalmarkts: Fisher-Separation und Kapitalwertkriterium

---

Um die optimale Kapitalmarktgerade zu erreichen, muss das optimale Investitionsprogramm  $I^{**}$  durchgeführt werden

Die Investitionsregel heißt also:

**Kapitalmarktzinssatz = Grenzrendite der Investition**

→ „Durchführung aller Investitionen, die mindestens eine Rendite in Höhe der Marktverzinsung bringen“

Die Konsumpräferenzen des Unternehmers bestimmen lediglich, auf welchem Punkt auf der Kapitalmarktgerade er sich letztendlich befindet. Kapitalmarkt ermöglicht beliebige Verschiebung des Vermögens zwischen  $t = 0$  und  $t = 1$ .

**Durch optimale Investitionen wird die bestmögliche Kapitalmarktgerade gewählt, durch Kreditaufnahme oder Geldanlage wählt der Unternehmer dann seine gewünschte Konsumposition.**

→ Trennung von Investitionsentscheidung und Konsumentscheidung  
**(Fisher-Separation)**

Existenz eines Kapitalmarkts bewirkt eine Wohlfahrtssteigerung!

## **Bedeutung des Kapitalmarkts: Fisher-Separation und Kapitalwertkriterium**

---

### **Interpretation des Kapitalwerts**

- Vermögensmehrung, die der Investor im Planungszeitpunkt durch die Realisation des Projekts im Vergleich zur Unterlassung erhält
- Preis einer Investitionsmöglichkeit auf dem Kapitalmarkt